

SK

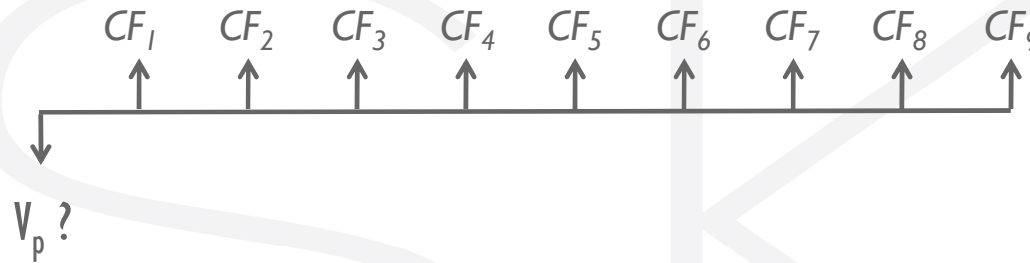
SKEMA BUSINESS SCHOOL

MATHEMATIQUES FINANCIERES
SESSION 3 – ANNEE ACADEMIQUE 2016/2017
SOPHIE GAY ANGER



SUITE DE VERSEMENTS

SUITES DE VERSEMENTS PERIODIQUES IDENTIQUES – valeur présente



$$V_P = \frac{CF_1}{(1+r)^1} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3} + \frac{CF_4}{(1+r)^4} + \frac{CF_5}{(1+r)^5} + \dots + \frac{CF_9}{(1+r)^9}$$

$$V_P = CF \left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^3} + \frac{1}{(1+r)^4} + \frac{1}{(1+r)^5} + \dots + \frac{1}{(1+r)^9} \right]$$

LES SUITES CROISSANTES

APPLICATION

LES ACTIONS

Une action est un **titre de propriété** représentant une fraction du capital d'une entreprise

Sans échéance = **source de fonds à long terme** pour l'entreprise

Librement négociable

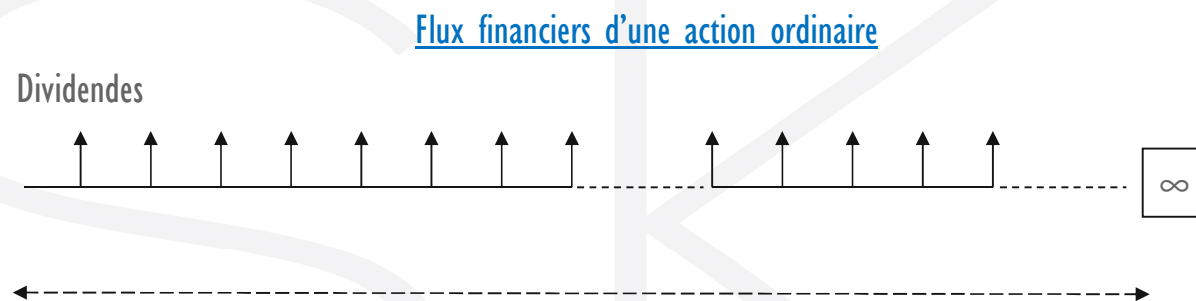
Droits des actionnaires

- Droits financiers* {
 - au bénéfice, via les dividendes
 - aux actions gratuites
 - préférentiel de souscription, en cas augmentation du K
- Droits de gestion* {
 - à l'information
 - de vote
 - soumission de projets aux A.G.
 - valeur résiduelle en cas de liquidation / cessation d'activité

LES SUITES CROISSANTES

APPLICATION

LES ACTIONS



- Hypothèse la plus simple : dividendes constants

$$\text{Prix} = V_P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t}$$

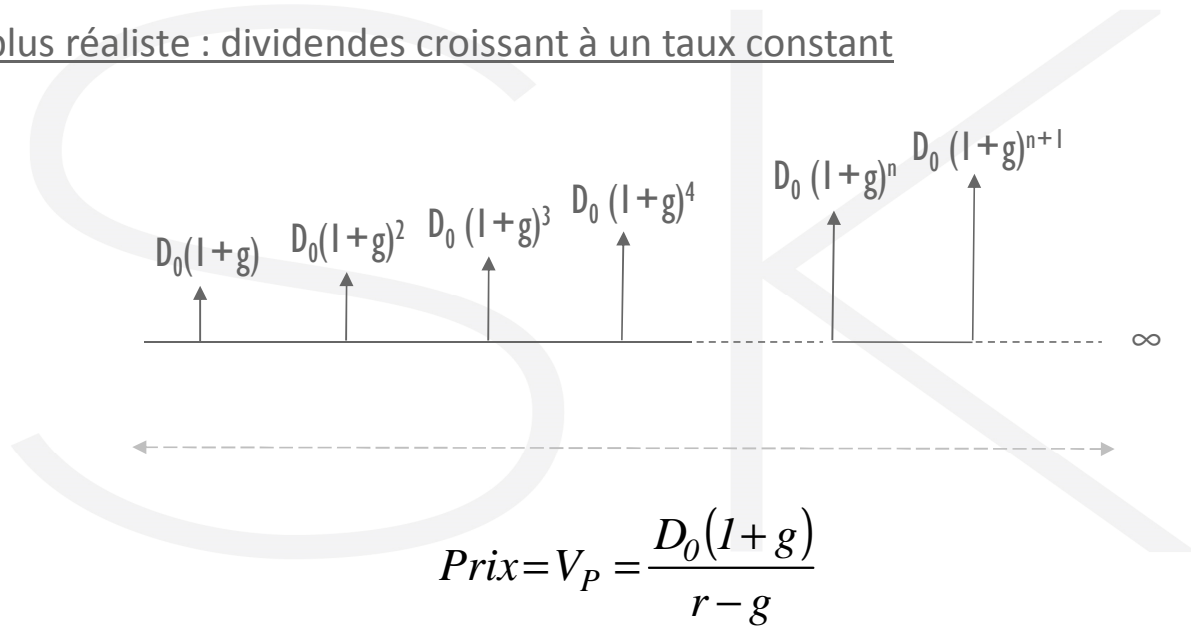
$$\text{Prix} = \frac{D}{r}$$

LES SUITES CROISSANTES

APPLICATION

LES ACTIONS

- Hypothèse plus réaliste : dividendes croissant à un taux constant



LES SUITES CROISSANTES

APPLICATION

LES ACTIONS

$$Prix = V_P = \frac{D_0(1+g)}{r-g}$$

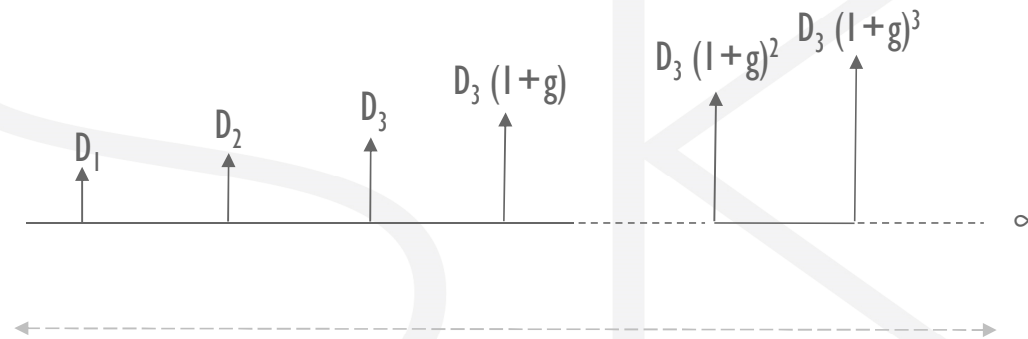
Huskie Motor vient de verser un dividende de \$1.00 par action. L'équipe managériale a prévu une croissance de ce dividende à un taux constant de 5%. Si le taux de rendement requis sur l'action Huskie Motor est de 12%, quel est son prix ?

LES SUITES CROISSANTES

APPLICATION

LES ACTIONS

- Hypothèse encore plus réaliste : dividendes croissant à un taux constant après une prévision sur 3 à 5 ans.



$$Prix = V_P = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \frac{D_3}{(1+r)^3} + \frac{D_3(1+g)}{(1+r)^3(r-g)}$$

LES SUITES CROISSANTES APPLICATION

LES ACTIONS

Macro Systems vient de verser à ses actionnaires un dividende de \$0.32 par action. Ce dividende devrait doubler chaque année durant les 4 prochaines années (D_1 à D_4), puis croître à un taux plus modeste de 1% par an.

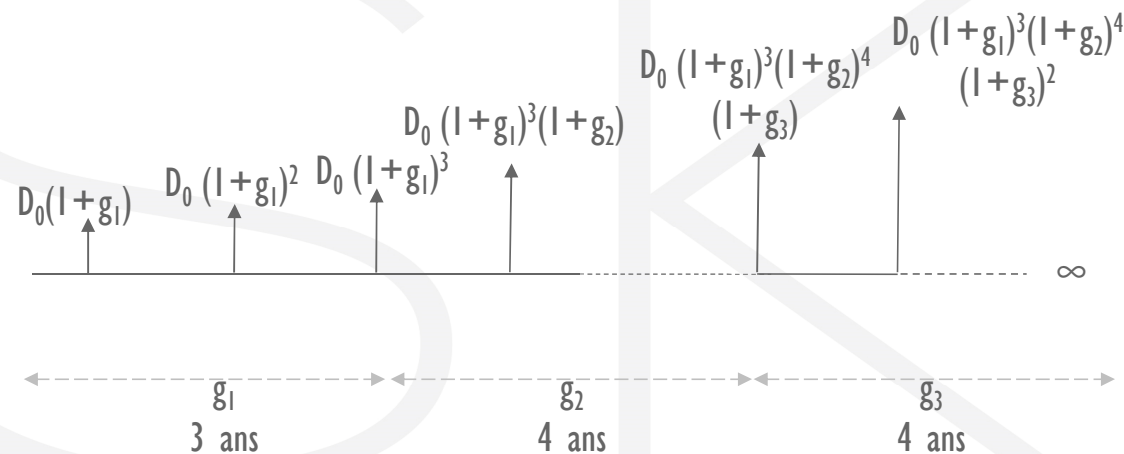
Si le taux de rendement requis est de 13%, quel est le prix de cette action ?

LES SUITES CROISSANTES

APPLICATION

LES ACTIONS

- Hypothèse encore un peu plus réaliste : modèles à plusieurs étapes.



$$\text{Prix} = D_0(1+g_1) \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g_1}{1+r} \right)^3}{r-g_1} \right] + \frac{D_0(1+g_1)^3(1+g_2)}{(1+r)^3} \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g_2}{1+r} \right)^4}{r-g_2} \right] + \frac{1}{(1+r)^7} \left[\frac{D_0(1+g_1)^3(1+g_2)^4(1+g_3)}{r-g_3} \right]$$

LES SUITES CROISSANTES APPLICATION

LES ACTIONS

Alpha Stock vient de verser un dividende de 0,5€. Ce dividende va croître au taux de 3% pendant 5 ans, puis au taux de 2,5% pendant 3 ans et à l'infini au taux de 2%.

Si le taux de rendement requis est de 13%, quel est le prix de cette action ?

APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Éléments abordés :

- Comment définir le risque en finance ?
- Comment le mesurer le risque associé à un investissement financier ?
- La relation rendement-risque

APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

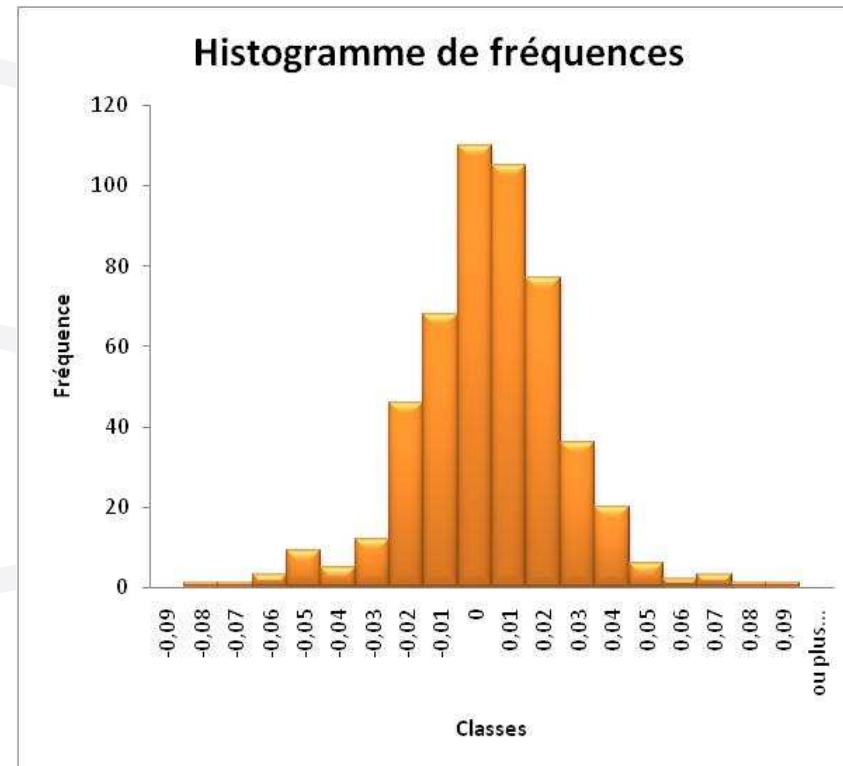
Qu'est-ce que le risque en Finance ?



APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Comment mesure-t-on le
risque en Finance ?

- Déviation par rapport au
résultat espéré



APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Comment mesure-t-on le risque en Finance ?

Mesure du rendement attendu ou espéré

$$E(\tilde{r}_j) = \bar{r}_j = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N r_{j,t}$$
$$\bar{r}_j = \sqrt[N]{\prod_{t=1}^N (1 + r_{j,t})} - 1$$

Rendement d'un portefeuille

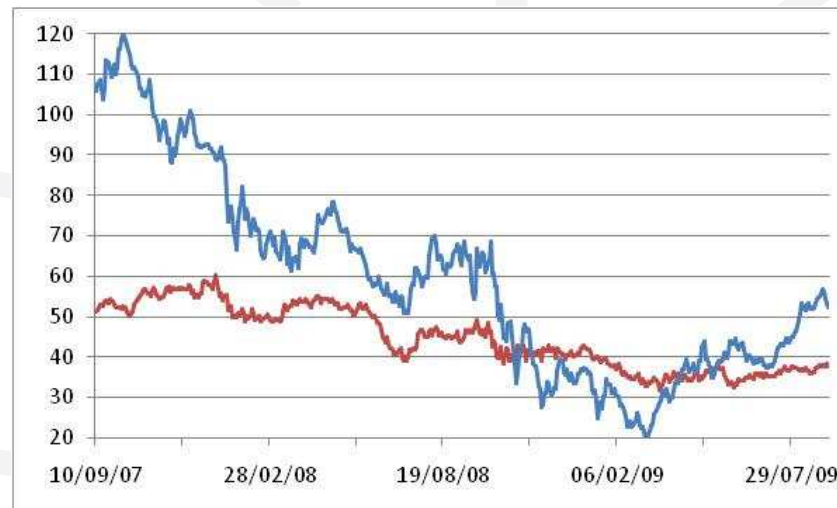
$$\bar{r}_p = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k r_1 + r_2 + \dots + r_k$$
$$\bar{r}_p = \sum_{j=1}^k w_j r_1 + w_2 r_2 + \dots + w_k r_k, \quad \sum_{j=1}^k w_j = 1$$

Si équipondéré

APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Comment mesure-t-on le risque en Finance ?

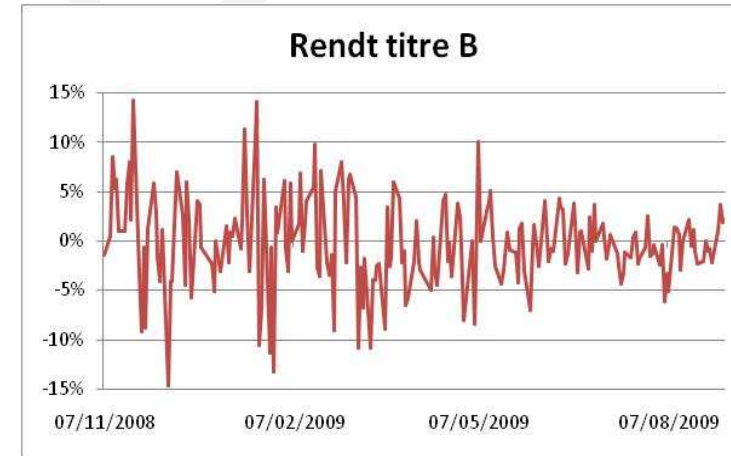
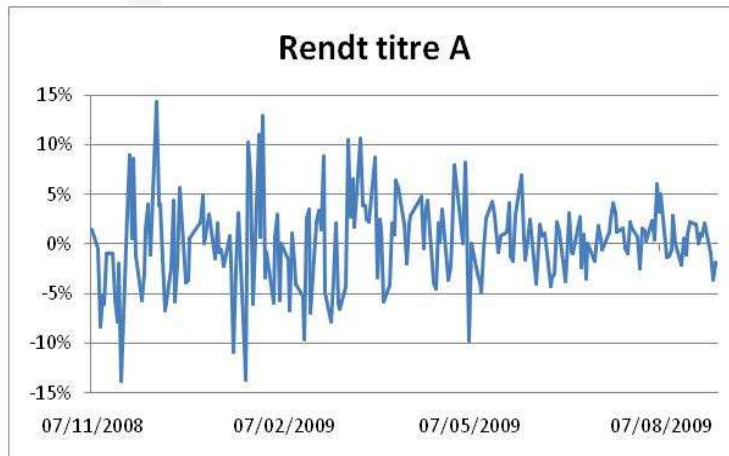
Evolution comparée des cours BN et GLE



APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

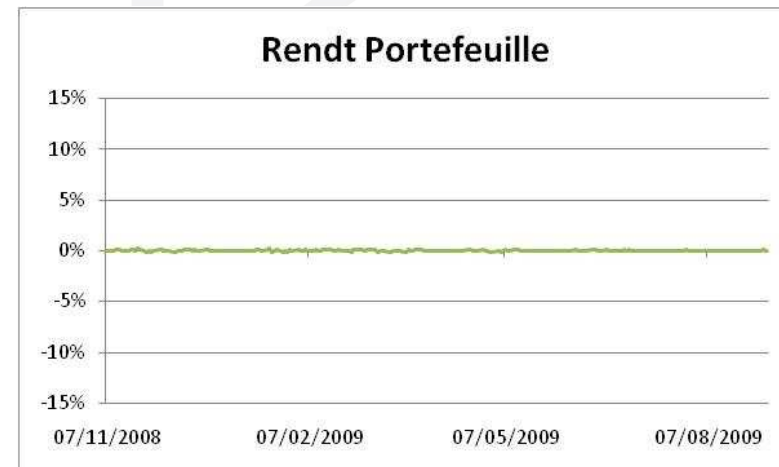
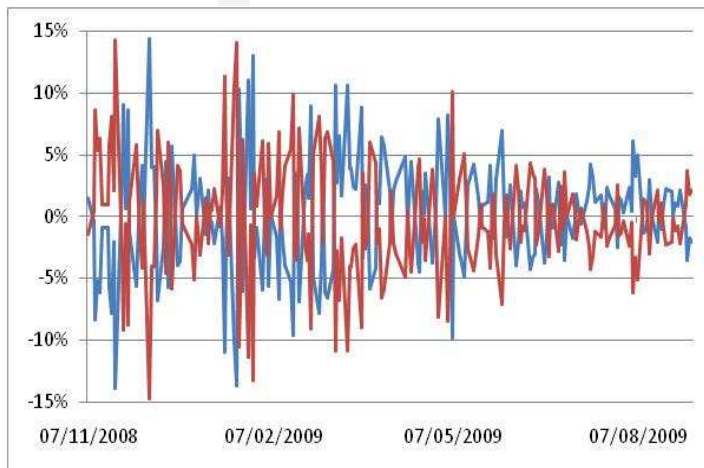
Risque et effet de diversification ?

- Le cas d'un portefeuille de deux titres



APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification
Le cas d'un portefeuille de deux titres



APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification

Diversification : effet de corrélations imparfaites entre les rendements des titres

$$\text{Var}(a+b) = \text{Var}(a) + \text{Var}(b) + 2\text{cov}(a;b)$$

$$\text{Var}(a+b) = \text{Var}(a) + \text{Var}(b) + 2\sigma_a\sigma_b\text{corr}(a;b)$$

$$\text{Var}(wa) = w^2\text{Var}(a)$$

$$\text{Var}(w_a r_a + w_b r_b) = w_a^2 \text{Var}(r_a) + w_b^2 \text{Var}(r_b) + 2w_a w_b \text{cov}(r_a; r_b)$$

$$\text{Var}(w_a r_a + w_b r_b) = w_a^2 \text{Var}(r_a) + w_b^2 \text{Var}(r_b) + 2w_a w_b \sigma_{ra} \sigma_{rb} \text{corr}(r_a; r_b)$$

Corrélation : estime la façon dont une variable évolue par rapport à une autre.

Comprise entre -1 (anticorrélation parfaite) et 1 (corrélation parfaite)

APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification

- Diversification : effet de corrélations imparfaites entre les rendements des titres

$$\text{Var}(w_a r_a + w_b r_b) = w_a^2 \text{Var}(r_a) + w_b^2 \text{Var}(r_b) + 2w_a w_b \sigma_{r_a} \sigma_{r_b} \text{corr}(r_a; r_b)$$

APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification : max rendement, min risque

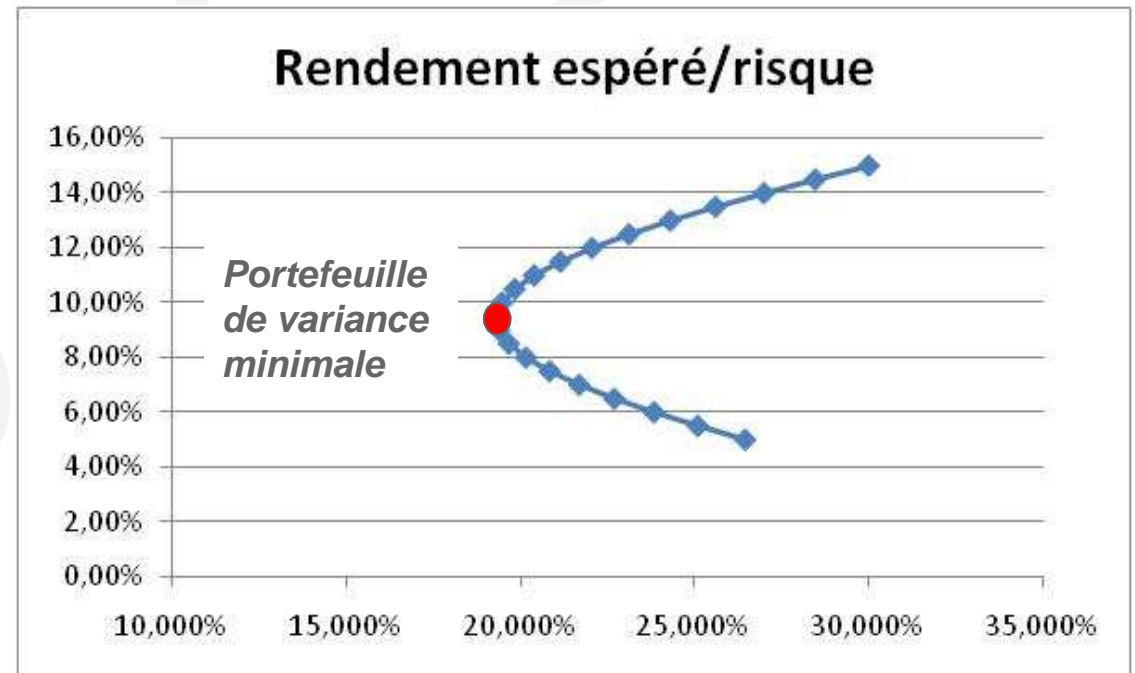
- Lorsque l'on réunit des titres en portefeuille on vise naturellement à minimiser le risque et maximiser le rendement espéré
- Quelle combinaison permet d'obtenir un rendement max pour le min de risque ?

	Titre A	Titre B
Rentabilité moyenne / an	15,00%	5,00%
Variance	9,00%	7,00%
Ecart-type	30,00%	26,46%
Corrélation (RA, RB)	0%	

APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

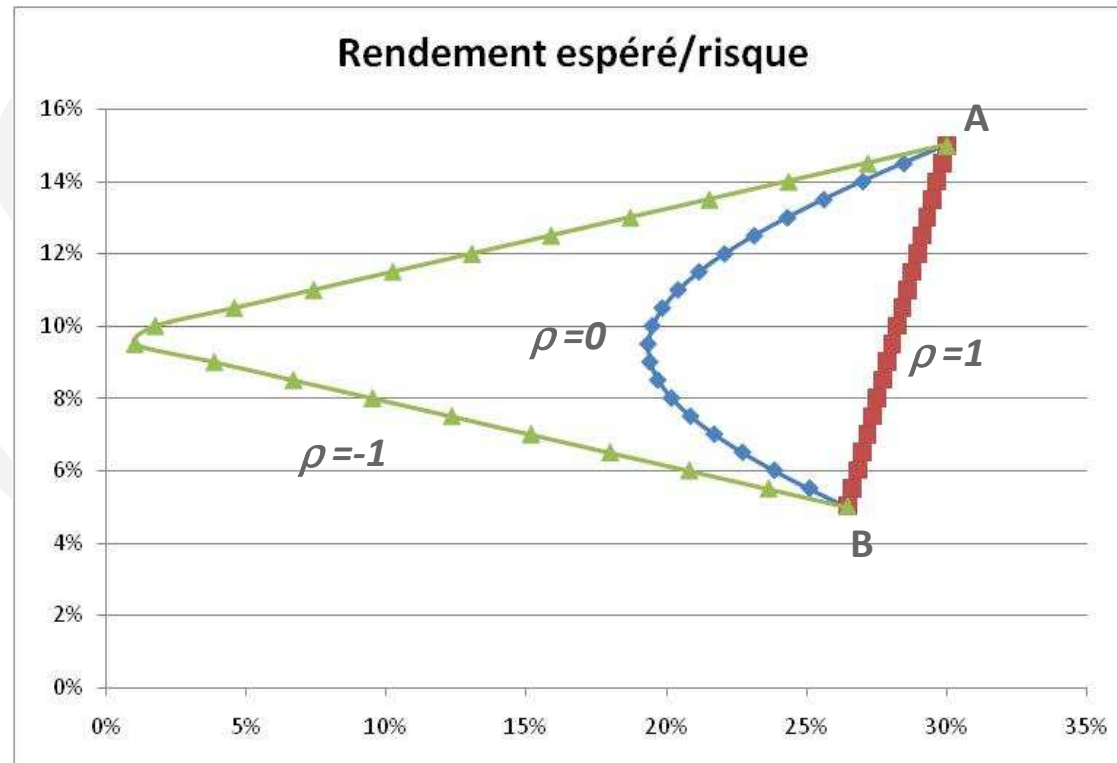
Risque et effet de diversification : max rendement, min risque, 2 titres

wA	wB	E(Rp)	σ_p
0%	100%	5,00%	26,458%
5%	95%	5,50%	25,104%
10%	90%	6,00%	23,851%
15%	85%	6,50%	22,713%
20%	80%	7,00%	21,709%
25%	75%	7,50%	20,859%
30%	70%	8,00%	20,182%
35%	65%	8,50%	19,696%
40%	60%	9,00%	19,415%
45%	55%	9,50%	19,348%
50%	50%	10,00%	19,498%
55%	45%	10,50%	19,858%
60%	40%	11,00%	20,419%
65%	35%	11,50%	21,165%
70%	30%	12,00%	22,076%
75%	25%	12,50%	23,133%
80%	20%	13,00%	24,317%
85%	15%	13,50%	25,610%
90%	10%	14,00%	26,997%
95%	5%	14,50%	28,465%
100%	0%	15,00%	30,000%



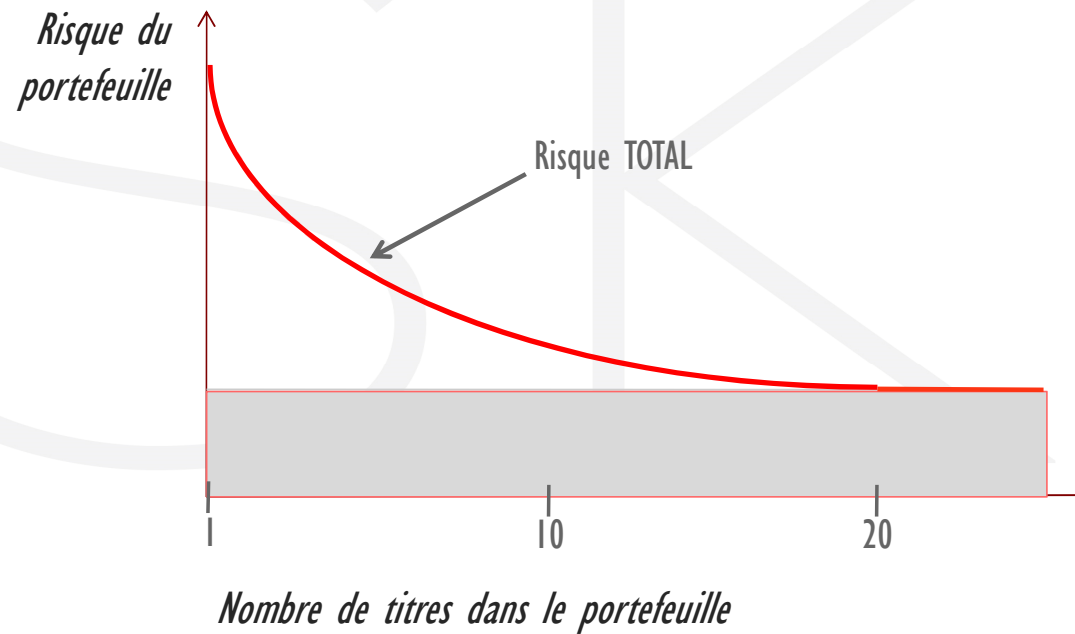
APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification : max rendement, min risque, 2 titres



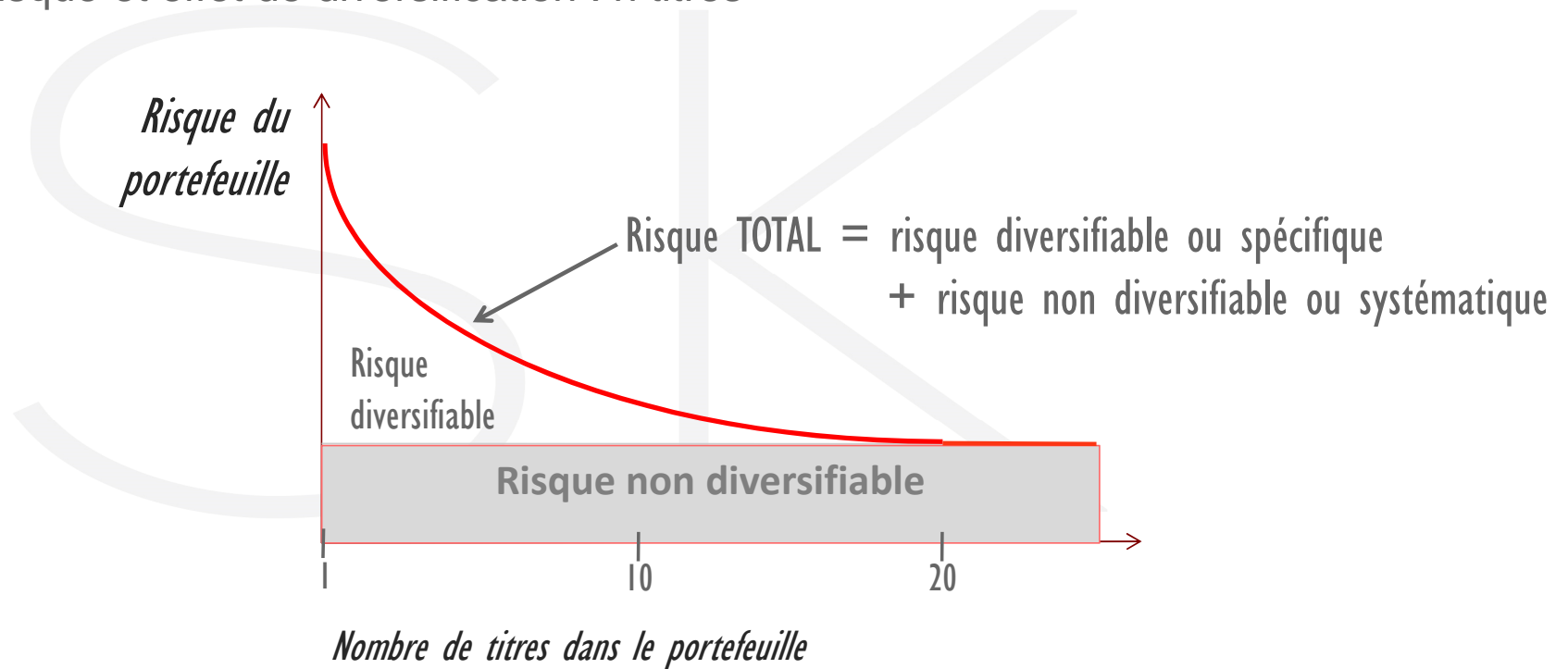
APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification : n titres



APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification : n titres



APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque et effet de diversification : n titres

- Diversification « naïve » du portefeuille : 20aine de titres
- Risque systématique : lié au marché dans son ensemble
- Risque spécifique : lié aux caractéristiques des entreprises ayant émis les titres

Mesure du risque total = écart-type des rendements

Comment mesurer le risque systématique ?

APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Mesure du risque systématique et relation rendement-risque

- Risque systématique = sensibilité des rendements d'un titre financier aux évolutions du marché dans son ensemble

Estimateur des mouvements du marché = indice boursier (CAC, SBF250, ...)

- Mesure du risque : coefficient « bêta » β

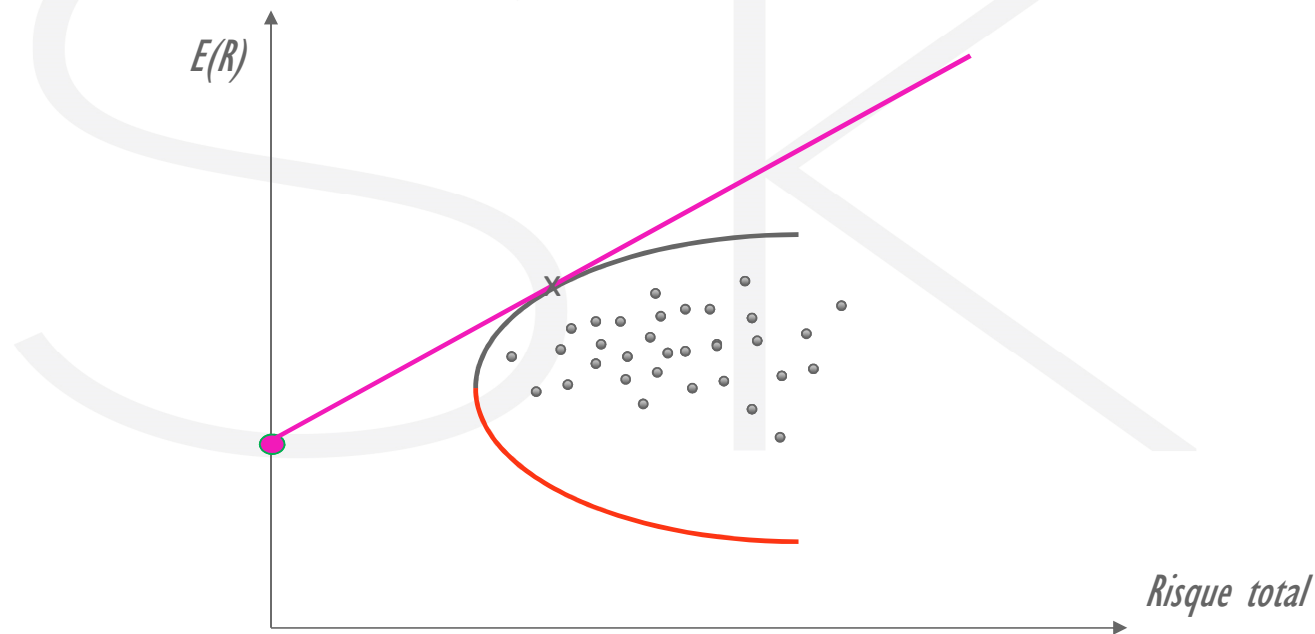
$$\beta_A = \frac{\text{cov}(r_A, r_M)}{\text{Var}(r_M)}$$

$\beta > 1$: les rendements des titres varient plus que les rendements du marché

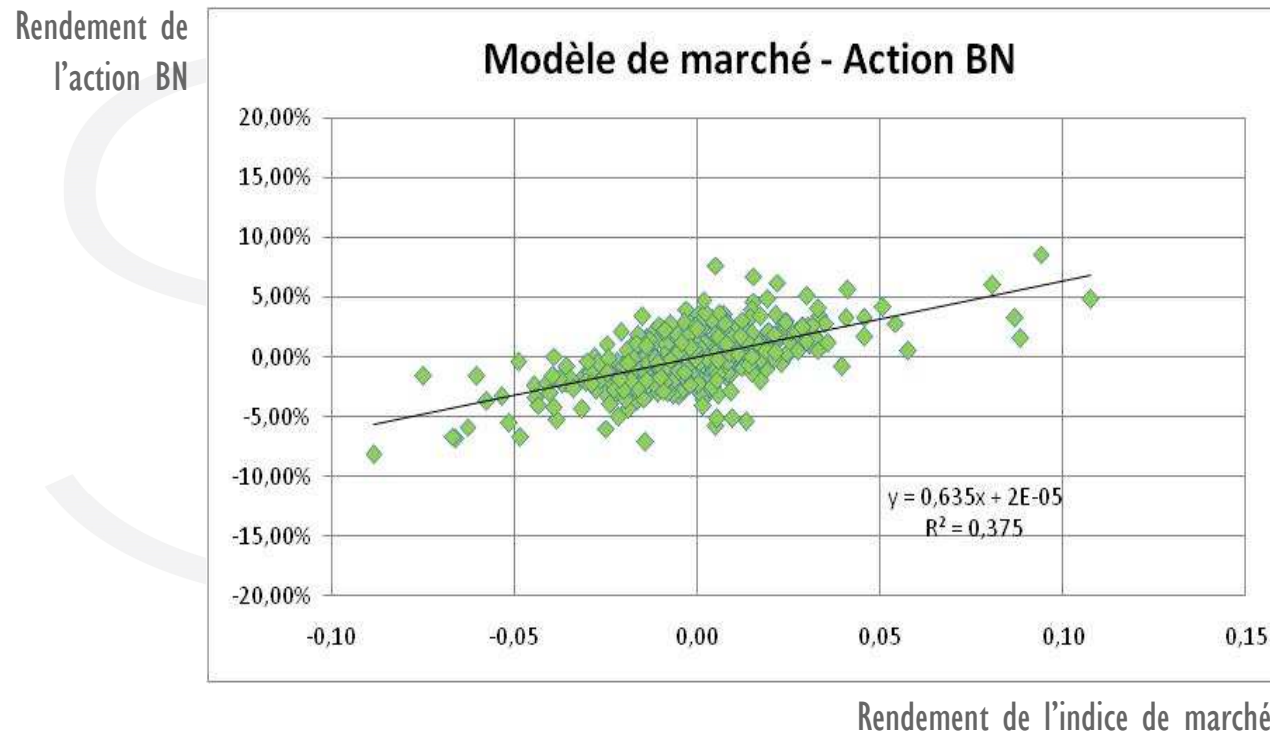
$\beta < 1$: les rendements du titre varient moins que les rendements du marché

APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque systématique et formalisation de la relation rendement-risque
Capital Asset Pricing Model (CAPM) ou Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers



APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

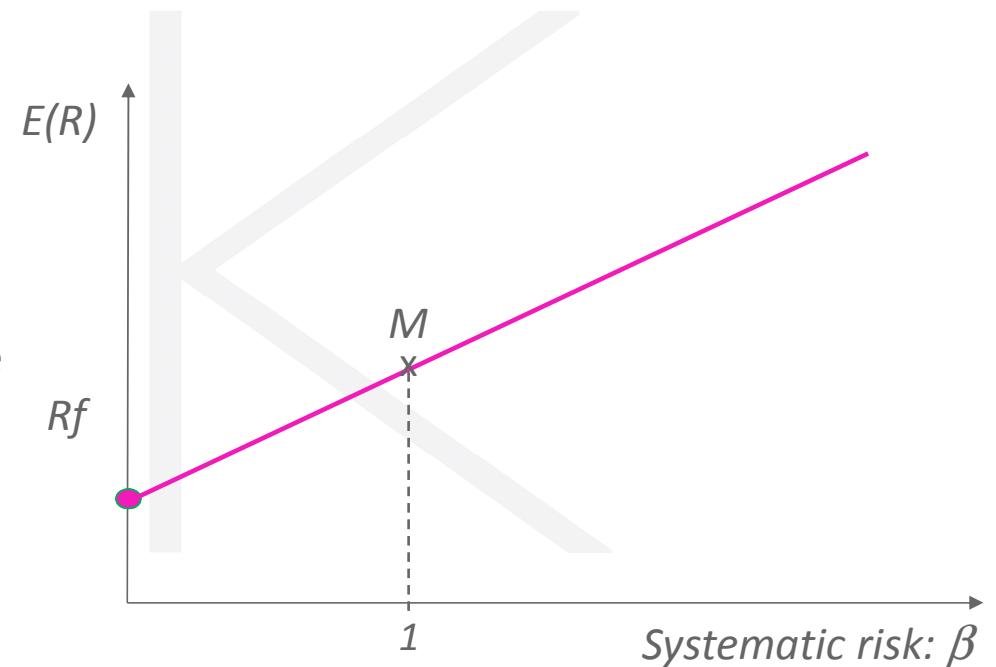


APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

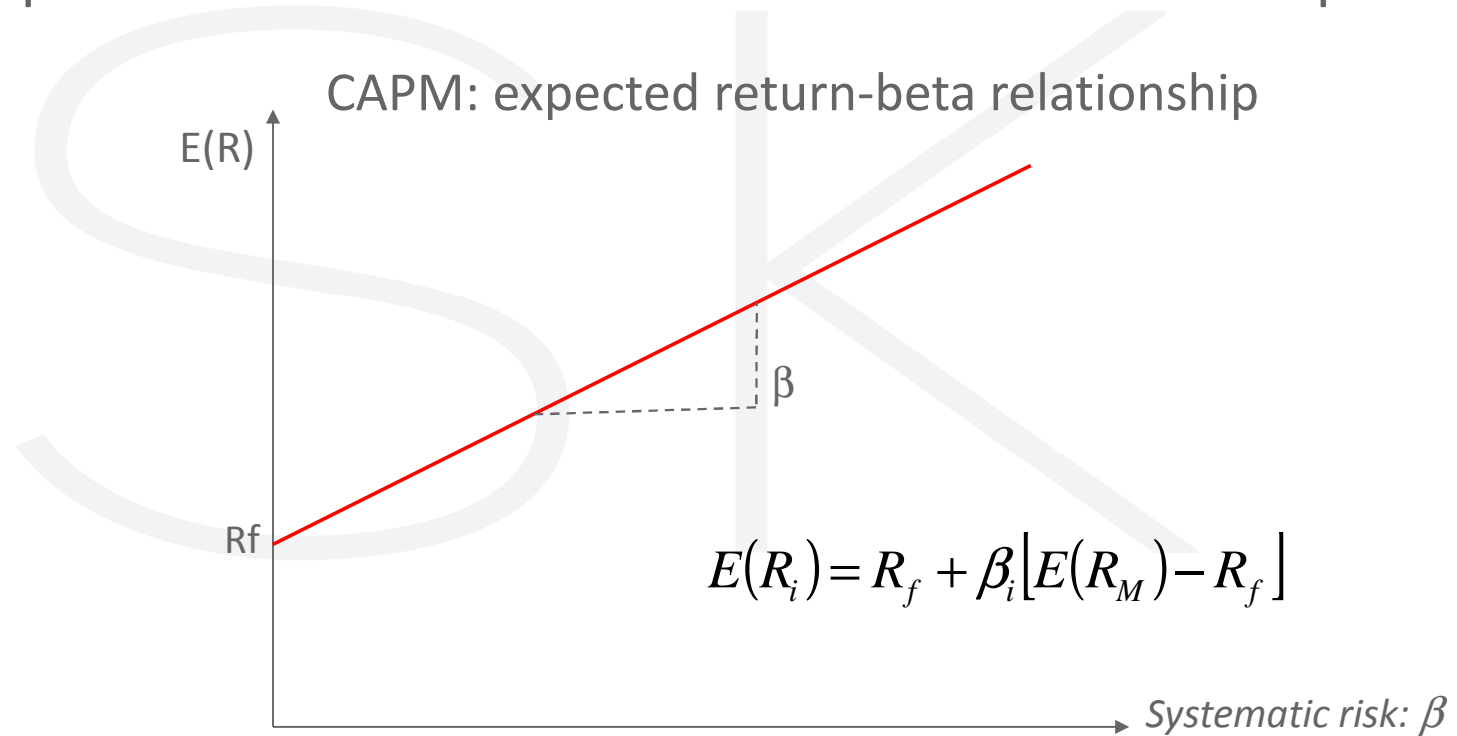
Risque systematique et formalisation de la relation rendement-risque

- tous les investisseurs devraient détenir le portefeuille de marché
- seul le risqué systématique est compensé par une prime de risque
- le portefeuille de marché est parfaitement diversifié
- le ratio de la prime de risque/beta devrait être identique pour tous les actifs



APPLICATION LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque systématique et formalisation de la relation rendement-risque



APPLICATION

LA RELATION RENDEMENT-RISQUE

Risque systématique et formalisation de la relation rendement-risque

Capital Asset Pricing Model (CAPM) ou Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers

$$E(r_j) = r_f + \text{prime de risque}$$

$$E(r_j) = r_f + \beta_j [E(r_M) - r_f]$$

r_f : taux sans risque, rendement des obligations d'Etat à long terme

r_M : taux de rendement du marché, indice boursier large

DDM ET CAPM APPLICATION

L'entreprise FINMA a versé un dividende de 1.35€ dernièrement. Vous estimez après analyse financière que ce dividende sera de 1.40€ par action l'année prochaine et de 1.42€ par action l'année suivante. Vous supposez ensuite que le dividende croîtra pendant 6 ans au taux de 1.5%, et finalement qu'il croîtra au taux de 2.7% à l'infini.

Parallèlement vous avez calculé le bêta historique de FINMA et avez trouvé 1.10. Le taux des bons du Trésor est de 2.25% et le rendement espéré du marché est de 12%. D'après l'évolution des activités de FINMA, vous pensez que le bêta du titre devrait passer de 1.10 à 1.25 dans 5 ans.

Quel est le prix de l'action ?